

## BAB 2 LINIER PROGRAMMING DENGAN SIMPLEX

### Catatan :

Bahan kuliah ini diperuntukan bagi Mahasiswa yang sedang mengambil mata kuliah Riset Operasional. (Mohon materi dicek dengan bukunya, untuk menghindari salah pemahaman atau pengertian, terima kasih.

Dengan menggunakan contoh terdahulu :

Fungsi tujuan : Maksimalkan  $Z = 3X_1 + 5X_2$

Dengan batasan :

Mesin A  $2X_1 \leq 8$

Mesin B  $3X_2 \leq 15$

Mesin C  $6X_1 + 5X_2 \leq 30$ , dimana  $X_1$  dan  $X_2 \geq 0$

Sebelumnya perlu diingat, bahwa :

1. Sama dengan metode sebelumnya, dalam metode simplex ini juga akan dikenal masalah miximalisasi dan minimalisasi
2. Apabila kita jumpai kasus seperti di atas, dimana fungsi tujuan bertanda sama dengan (=) dan fungsi batasan bertanda lebih kecil sama dengan ( $\leq$ ), maka kasus yang sedang dihadapi adalah kasus yang normal/wajar. Apabila yang terjadi adalah sebaliknya, maka kasusnya tidak normal/wajar sehingga memerlukan penyelesaian yang berbeda.

Langkah-langkah yang diperlukan untuk menyelesaikan masalah LP dengan metode Simplex adalah :

### Langkah 1 :

Melakukan identifikasi masalah dengan jalan menyederhanakan kasus di atas dalam bentuk model tabulasi.

### Langkah 2 :

Merubah model tabulasi menjadi model matematis (fungsi tujuan dan fungsi batasan)

### Langkah 3 :

Merubah persamaan fungsi tujuan dan persamaan/pertidaksamaan fungsi tujuan kedalam persamaan simplex

### Langkah 4 :

Memindah semua nilai koefisien dalam persamaan simplex ke dalam tabel simplex

### Langkah 5

Menentukan Kolom kunci. Kolom kunci ini ditentukan dengan cara mencari nilai negatif terbesar yang ada di baris tujuan (Z) pada tabel simplex tersebut.

### Langkah 6

Menentukan Baris kunci. Baris kunci ditentukan dengan cara membagi setiap angka pada kolom Nilai kanan (NK) dengan setiap angka pada baris kunci. Kemudian dari hasil pembagian tersebut dipilih hasil positif yang paling kecil.

Nilai Kanan

Baris Kunci : -----  
 Angka Kolom Kunci

**Langkah 7**

Menentukan Angka kunci. Angka kunci adalah angka yang terdapat pada perpotongan antara Kolom kunci dan Baris kunci. Selanjutnya menggunakan angka kunci tersebut untuk menentukan baris kunci yang baru, apabila langkah ke-8 masih menemukan nilai yang negatif.

**Langkah 8**

Melakukan pengecekan apakah sudah tidak ada lagi angka/nilai negatif di baris tujuan (kecuali nilai kanan) pada tabel simplex tersebut. Jika sudah tidak ada maka tabel simplex telah optimal. Jika masih ada yang negatif, maka tabel belum optimal dan perlu dilanjutkan ke proses selanjutnya.

**Langkah 9**

Jika ternyata masih ada angka negatif pada baris tujuan (Z), langkah selanjutnya adalah menentukan nilai baris kunci yang baru. Nilai Baris kunci yang baru ditentukan dengan cara membagi semua nilai yang ada pada baris kunci yang lama dengan angka kuncinya. Jadi rumusnya adalah :

Baris kunci yang lama

Baris kunci yang baru : -----  
 Angka kunci

**Langkah 10**

Mengisi/melengkapi sel lain dalam tabel simplex yang masih kosong, dengan cara angka atau nilai yang lama dikurangi dengan hasil perkalian antara angka baris baru yang sesuai dengan angka kolom kunci yang bersangkutan juga.

Dari kasus di atas, apabila diselesaikan dengan metode Simplex, maka :

**Langkah 1** dan **Langkah 2**, sama dengan metode Grafik sebelumnya.

**Langkah 3**

Merubah persamaan fungsi tujuan dan persamaan/pertidaksamaan fungsi tujuan kedalam persamaan simplex

Fungsi tujuan akan dirubah menjadi persamaan simplex dengan cara memindah semua nilai yang ada di sisi kanan persamaan ke sisi sebelah kiri persamaan, sehingga akan menjadi :

Maksimumkan  $Z = 3X_1 + 5X_2$  menjadi  $Z - 3X_1 - 5X_2 = 0$

Sedangkan fungsi batasan akan menjadi persamaan simplex selain dengan cara merubahnya menjadi fungsi persamaan, dalam kasus normal juga akan ditambahkan satu variabel tambahan (Slack variabel) untuk setiap fungsi batasan. Simbol dari variabel batasan tersebut biasanya melanjutkan simbol yang telah digunakan oleh kegiatan atau

produk yang sedang dibahas. Sebagai contoh : karena dalam kasus yang ada simbol yang digunakan untuk produk adalah X1 dan X2, maka selanjutnya variabel tambahannya akan menggunakan simbol X3 dan seterusnya.

Sedangkan fungsi batasan akan menjadi :

$$\begin{array}{lclclclcl}
 \text{Mesin A} & 2X1 & \leq 8 & \text{à} & 2X1 & + X3 & = 8 \\
 \text{Mesin B} & & 3X2 \leq 15 & \text{à} & & + 3X2 + & + X4 = 15 \\
 \text{Mesin C} & 6X1 + 5X2 & \leq 30, & \text{à} & 6X1 + 5X2 & & + X5 = 30 \\
 \text{dimana } X1 \text{ dan } X2 & \geq 0 & & & & & 
 \end{array}$$

Perhatikan, bahwa setiap fungsi batasan akan menjadi persamaan simplex dengan tanda (=) dan memiliki tambahan variabel (slack variabel) masing-masing.

**Langkah 4**

Memindah semua nilai koefisien dalam persamaan simplex ke dalam tabel simplex

	X1	X2	X3	X4	X5	NK
Z	- 3	- 5	0	0	0	0
X3	2	0	1	0	0	8
X4	0	3	0	1	0	15
X5	6	5	0	0	1	30

Dari Fs. Batasan 1  
 Dari Fs. Batasan 2  
 Dari Fs. Batasan 3

**Langkah 5**

Menentukan kolom kunci. Kolom kunci ini ditentukan dengan cara mencari nilai negatif terbesar yang ada di baris tujuan (Z) pada tabel simplex tersebut.

	X1	X2	X3	X4	X5	NK
Z	- 3	- 5	0	0	0	0
X3	2	0	1	0	0	8
X4	0	3	0	1	0	15
X5	6	5	0	0	1	30

Kolom X2 adalah merupakan kolom kunci karena memiliki nilai negatif terbesar di baris tujuannya (Z).

**Langkah 6**

Menentukan Baris kunci. Baris kunci ditentukan dengan cara membagi setiap angka pada kolom Nilai kanan (NK) dengan setiap angka pada baris kunci. Kemudian dari hasil pembagian tersebut dipilih hasil positif yang paling kecil.

Baris Kunci : -----  
 Nilai Kanan  
 Angka Kolom Kunci

	X1	X2	X3	X4	X5	NK
Z	- 3	- 5	0	0	0	0
X3	2	0	1	0	0	8
X4	0	3	0	1	0	15
X5	6	5	0	0	1	30

Baris X4 adalah baris kunci karena hasil bagi nilai di kolom NK dengan nilai di kolom kuncinya menghasilkan nilai positif paling kecil. Untuk lebih jelasnya, perhatikan perhitungan berikut ini.

Baris Z      à 0/-5      = tak terdefinisikan  
 Baris X3     à 8/0         = division by zero  
 Baris X4     à 15/3         = 5 à **positif terkecil**  
 Baris X5     à 30/5         = 6

**Langkah 7**

Menentukan Angka kunci. Angka kunci adalah angka yang terdapat pada perpotongan antara Kolom kunci dan Baris kunci. Selanjutnya menggunakan angka kunci tersebut untuk menentukan baris kunci yang baru, apabila langkah ke-8 masih menemukan nilai yang negatif. Dari tabel di atas, angka kuncinya adalah 3, karena angka tersebut terletak di perpotongan antara kolom kunci dan baris kunci.

**Langkah 8**

Melakukan pengecekan apakah sudah tidak ada lagi angka/nilai negatif di baris tujuan (kecuali nilai kanan) pada tabel simplex tersebut. Jika sudah tidak ada maka tabel simplex telah optimal. Dari tabel di atas, terlihat bahwa baris tujuan masih memiliki nilai negatif, sehingga tabel dapat dikatakan belum optimal dan perlu diproses lebih lanjut.

**Langkah 9**

Karena ternyata masih ada angka negatif pada baris tujuan, langkah selanjutnya adalah menentukan nilai baris kunci yang baru. Nilai Baris kunci yang baru ditentukan dengan cara membagi semua nilai yang ada pada baris kunci yang lama dengan angka kuncinya. Dengan rumus tersebut, hasilnya adalah :

	X1	X2	X3	X4	X5	NK
Z						
X3						
X2	0	1	0	1/3	0	5
X5						

**Perhatikan bahwa baris X4 akan menjadi baris X2 (ex. Kolom kunci)**

### Langkah 10

Mengisi/melengkapi sel lain dalam tabel simplex yang masih kosong, dengan cara angka atau nilai yang lama dikurangi dengan hasil perkalian antara angka baris baru yang sesuai dengan angka kolom kunci yang bersangkutan juga. Untuk lebih jelasnya, perhatikan perhitungan berikut ini :

**Untuk baris tujuan.**

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccc}
 -3 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\
 ( & 0 & 1 & 0 & 1/3 & 0 & 5 & ) - 5 \\
 \hline
 -3 & 0 & 0 & 5/3 & 0 & 25 & 
 \end{array}
 \end{array}$$

Jadi nilai pada baris tujuan yang baru adalah : - 3    0    0    5/3    0    25

**Untuk baris X3**

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccc}
 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 8 & \\
 ( & 0 & 1 & 0 & 1/3 & 0 & 5 & ) 0 \\
 \hline
 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 8 & 
 \end{array}
 \end{array}$$

Jadi nilai pada baris X2 yang baru adalah : 2    0    1    0    0    8

Perhatikan, bahwa apabila nilai kolom kuncinya adalah 0 (nol), maka hasil nilai baris yang baru akan sama dengan nilai baris yang lama. Jadi untuk selanjutnya apabila menemukan hal yang sama, perhitungan tidak perlu dilakukan.

**Untuk baris X5**

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccc}
 6 & 5 & 0 & 0 & 1 & 30 & \\
 ( & 0 & 1 & 0 & 1/3 & 0 & 5 & ) 5 \\
 \hline
 6 & 0 & 0 & -5/3 & 1 & 5 & 
 \end{array}
 \end{array}$$

Jadi nilai pada baris X5 yang baru adalah : 6    0    0    -5/3    1    5

Dengan demikian tabel kedua simplex-nya adalah :

	X1	X2	X3	X4	X5	NK
Z	-3	0	0	5/3	0	25
X3	2	0	1	0	0	8
X2	0	1	0	1/3	0	5
X5	6	0	0	-5/3	1	5

Kembali ke Langkah 8, Karena masih ada nilai negatif (-3) pada baris tujuannya, maka tabel simplex yang diperoleh belum optimal, sehingga perlu kembali lagi ke Langkah 5, yakni menentukan kolom kunci pada tabel kedua simplex tersebut.

	X1	X2	X3	X4	X5	NK
Z	-3	0	0	5/3	0	25
X3	2	0	1	0	0	8
X2	0	1	0	1/3	0	5
X5	6	0	0	-5/3	1	5

Kolom X1 terpilih menjadi kolom kunci karena memiliki nilai negatif pada baris tujuannya. Sebelum bisa mendapatkan tabel simplex yang ketiga, maka langkah ke-6 dan 7 perlu dilakukan terlebih dahulu.

**Langkah 6 (iterasi ke-2)**

Menentukan Baris kunci. Baris kunci ditentukan dengan cara membagi setiap angka pada kolom Nilai kanan (NK) dengan setiap angka pada baris kunci. Kemudian dari hasil pembagian tersebut dipilih hasil positif yang paling kecil.

Nilai Kanan

Baris Kunci : -----

Angka Kolom Kunci

	X1	X2	X3	X4	X5	NK
Z	-3	0	0	5/3	0	25
X3	2	0	1	0	0	8
X2	0	1	0	1/3	0	5
X5	6	0	0	-5/3	1	5

Baris X5 adalah baris kunci karena hasil bagi nilai di kolom NK dengan nilai di kolom kuncinya menghasilkan nilai positif paling kecil. Untuk lebih jelasnya, perhatikan perhitungan berikut ini.

Baris Z             $\rightarrow 25/-3$         = negatif  
 Baris X3          $\rightarrow 8/2$             = 4  
 Baris X4          $\rightarrow 5/0$             = division by zero  
 Baris X5          $\rightarrow 5/6$             =  $5/6 \rightarrow$  **positif paling kecil**

**Langkah 7 (iterasi ke-2)**

Menentukan Angka kunci. Angka kunci adalah angka yang terdapat pada perpotongan antara Kolom kunci dan Baris kunci. Selanjutnya menggunakan angka kunci tersebut untuk menentukan baris kunci yang baru, apabila langkah ke-8 masih menemukan nilai yang negatif. Dari tabel di atas, angka kuncinya adalah 6, karena angka tersebut terletak di perpotongan antara kolom kunci dan baris kunci.

**Langkah 8 dan 9 (iterasi ke-2)**

Karena ternyata masih ada angka negatif pada baris tujuan, langkah selanjutnya adalah menentukan nilai baris kunci yang baru. Nilai Baris kunci yang baru ditentukan dengan cara membagi semua nilai yang ada pada baris kunci yang lama dengan angka kuncinya. Dengan rumus tersebut, hasilnya adalah :

	X1	X2	X3	X4	X5	NK
Z						
X3						
X2						
X1	1	0	0	- 5/18	1/6	5/6

**Perhatikan bahwa baris X5 akan menjadi baris X1 (ex. Kolom kunci)**

**Langkah 10 (iterasi ke-2)**

Mengisi/melengkapi sel lain dalam tabel simplex yang masih kosong, dengan cara angka atau nilai yang lama dikurangi dengan hasil perkalian antara angka baris baru yang sesuai dengan angka kolom kunci yang bersangkutan juga. Untuk lebih jelasnya, perhatikan perhitungan berikut ini :

**Untuk baris tujuan.**

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccccc}
 -3 & 0 & 0 & 5/3 & 0 & 25 & \\
 ( & 1 & 0 & 0 & -5/18 & 1/6 & 5/6 & ) - 3 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & 5/6 & 1/2 & 27,5 & 
 \end{array}
 \end{array}$$

Jadi nilai pada baris tujuan yang baru adalah : 0    0    0    5/6    1/2    27,5

**Untuk baris X3**

$$\begin{array}{cccccc} 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 8 \\ ( & 1 & 0 & 0 & -5/18 & 1/6 & 5/6 & ) & 2 \\ \hline & 0 & 0 & 1 & 5/9 & -1/3 & 6 & 1/3 & - \end{array}$$

Jadi nilai pada baris X2 yang baru adalah : 0 0 1 5/9 -1/3 6 1/3

Perhatikan, bahwa apabila nilai kolom kuncinya adalah 0 (nol), maka hasil nilai baris yang baru akan sama dengan nilai baris yang lama. Jadi untuk selanjutnya apabila menemukan hal yang sama, perhitungan tidak perlu dilakukan.

**Untuk baris X2**

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 0 & 1/3 & 0 & 5 \\ ( & 1 & 0 & 0 & -5/18 & 1/6 & 5/6 & ) & 0 \\ \hline & 0 & 1 & 0 & 1/3 & 0 & 5 & - \end{array}$$

Jadi nilai pada baris X5 yang baru adalah : 0 1 0 1/3 0 5

Dengan demikian tabel kedua simplex-nya adalah :

	X1	X2	X3	X4	X5	NK
Z	0	0	0	5/6	1/2	27,5
X3	0	0	1	5/9	-1/3	6 1/3
X2	0	1	0	1/3	0	5
X1	1	0	0	- 5/18	1/6	5/6

**Perhatikan !** Karena dalam tabel simplex ketiga di atas sudah tidak ada lagi nilai negatif pada baris tujuannya, maka dapat dikatakan bahwa masalah LP ini telah optimal, dengan kesimpulan.

1. Jumlah produksi untuk sepatu karet (X1) sebaiknya dilakukan dalam jumlah 5/6 (lihat kolom NK, baris X1). Sementara itu sepatu kulit sebaiknya diproduksi sebanyak 5 (lihat kolom NK, baris X2)
2. Dengan hasil pada poin 1 di atas, maka keuntungan yang akan diterima oleh perusahaan adalah sebesar 27,5 atau 2.750.000 (lihat kolom NK, baris Z)



## Rangkuman proses penyelesaian masalah LP dengan metode Simplex

Dari proses iterasi /penyelesaian di atas, dapat disimpulkan bahwa untuk kasus di atas diperlukan iterasi sampai tahap ke-2 untuk mendapatkan tabel simplex yang memberikan hasil optimal.

Secara umum perkembangan iterasi dari tabel-tabel simplek tersebut dapat dilihat pada tabel ringkasan berikut ini.

### Tabel Simplex Ringkasan

	<b>X1</b>	<b>X2</b>	<b>X3</b>	<b>X4</b>	<b>X5</b>	<b>NK</b>	
Z	- 3	- 5	0	0	0	0	⇒ Tabel Simplex awal
X3	2	0	1	0	0	8	
X4	0	3	0	1	0	15	
X5	6	5	0	0	1	30	
	<b>X1</b>	<b>X2</b>	<b>X3</b>	<b>X4</b>	<b>X5</b>	<b>NK</b>	
Z	-3	0	0	5/3	0	25	⇒ Tabel Simplex iterasi 1
X3	2	0	1	0	0	8	
X2	0	1	0	1/3	0	5	
X5	6	0	0	-5/3	1	5	
	<b>X1</b>	<b>X2</b>	<b>X3</b>	<b>X4</b>	<b>X5</b>	<b>NK</b>	
Z	0	0	0	5/6	1/2	<b>27,5</b>	⇒ Tabel Simplex optimal
X3	0	0	1	5/9	-1/3	6 1/3	
X2	0	1	0	1/3	0	<b>5</b>	
X1	1	0	0	- 5/18	1/6	<b>5/6</b>	

Produksi sepatu karet (X1) = 5/6  
 Produksi sepatu kulit (X2) = 5  
 Laba optimal = 27,5

## Penyimpangan Bentuk Standar Simplex

Penyimpangan bentuk standar dapat terjadi karena beberapa sebab, antara lain karena :

1. Fungsi tujuan (Z) bukan Maximalisasi, tetapi Minimalisasi
2. Fungsi batasan bertanda (=) atau ( $\geq$ )
3. Dan syarat X1 atau X2 tidak terpenuhi, misalkan  $X1 \geq -10$  (negatif)

Dengan menggunakan kasus di atas, dapat dicotuhkan sebagai berikut ;

$$\text{Minimalkan } Z = 3X1 + 5X2$$

**Dengan batasan :**

$$\begin{array}{lcl} \text{Mesin A} & 2X1 & = 8 \\ \text{Mesin B} & & 3X2 \leq 15 \\ \text{Mesin C} & 6X1 + 5X2 & \geq 30 , \end{array}$$

dimana  $X1$  dan  $X2 \geq 0$

Langkah penyelesaian untuk kasus penyimpangan ini adalah :

### Langkah 1

Membuat kasus yang menyimpang menjadi kasus normal

Setelah normal, Langkah selanjutnya adalah sama seperti penyelesaian kasus simplex sebelumnya.

Penyelesaian :

### Langkah 1

Membuat kasus yang menyimpang menjadi kasus normal

Untuk fungsi tujuan  $\rightarrow$  agar menjadi Maximalisasi,  $\rightarrow$  dikalikan dengan (-1), sehingga :

$$\begin{array}{lcl} \text{Dari } \text{Minimalkan } Z & = 3X1 + 5X2 & \rightarrow \text{ menjadi} \\ & \text{Maksimalkan } (-Z) & = -3X1 - 5X2 \end{array}$$

**Untuk fungsi batasan :**

- Jika sebelumnya fungsi batasan sudah bertanda (=), maka untuk menjadi persamaan simplex, perlu dibuatkan sebuah variabel yang disebut dengan variabel buatan (**artificial variabel**)
- Jika sebelumnya fungsi batasan bertanda ( $\geq$ ), maka perlu dijadikan dulu ( $\leq$ ) dengan cara dikalikan (-1). Namun apabila proses tersebut menyebabkan *slack variabelnya* bernilai negatif, maka perlu dibuatkan juga artificial variabel.

- Perlu diingat bahwa, pembuatan variabel pada setiap fungsi batasan, akan mengakibatkan fungsi tujuannya bertambah sebesar **M** dari batasan yang bersangkutan. **M** yang muncul adalah bilangan yang sangat besar, namun tidak tak terhingga, sehingga sering disebut dengan *The Big M*.

Selanjutnya, sebelum nilai fungsi tujuan dipindah ke tabel simplex, bilangan **M** yang ada dalam fungsi tujuan tersebut harus dijadikan nol terlebih dahulu, karena setiap variabel dasar (slack atau artificial variabel), harus bernilai nol.

Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut :

### Fungsi batasan 1

Karena batasan pertama  $\Rightarrow$  Mesin A  $2X_1 = 8$ ,  
maka akan menjadi :

$$\text{Mesin A} \quad 2X_1 + X_3 = 8$$

**X3** bar yang muncul bukan slack variabel (variabel tambahan), namun artificial variabel (variabel buatan), dan ini akan mengakibatkan fungsi tujuannya memiliki tambahan nilai sebesar **M**.

Dari Minimalkan  $Z = 3X_1 + 5X_2 \Rightarrow$  menjadi  
Maksimalkan  $(-Z) = -3X_1 - 5X_2 \Rightarrow$  menjadi persamaan simplex  
Maksimalkan  $-Z + 3X_1 + 5X_2 + MX_3 = 0$

### Fungsi batasan 2

Karena batasan kedua ini tidak ada penyimpangan maka untuk menjadi persamaan simplex, cukup ditambahkan slack variabel saja.

Mesin B  $3X_2 \leq 15 \Rightarrow + 3X_2 + X_4 = 15$

### Fungsi batasan 3

Mesin C  $6X_1 + 5X_2 \geq 30$ ,  $\Rightarrow$  bila dinormalkan akan menjadi :  
 $- 6X_1 - 5X_2 \leq - 30 \Rightarrow$  persamaan simplexnya ;  
 $- 6X_1 - 5X_2 + X_5 = - 30$

Karena nilai  $X_1$  dan  $X_2$  negatif (tidak sesuai dengan syaratnya, dimana  $X_1$  dan  $X_2 \geq 0$ ), maka harus dikalikan dengan  $(-1)$ , sehingga menjadi :

$$6X_1 + 5X_2 - X_5 = 30$$

Permasalahan yang timbul kemudian adalah variabel slack-nya sekarang bernilai negatif, dan hal ini berarti meniadakan variabel tersebut, sehingga perlu dibuatkan sebuah artificial variabel, dan hasilnya menjadi :

$$6X_1 + 5X_2 - X_5 + X_6 = 30$$

Penambahan artificial tersebut akan berdampak pada fungsi tujuan, yakni dengan bertambahnya fungsi tujuan dengan bilangan **M**. Sehingga fungsi tujuannya akan berubah lagi menjadi :

$$\text{Maksimalkan } -Z + 3X_1 + 5 X_2 + \mathbf{MX}_3 + \mathbf{MX}_6 = 0$$

Masalah berikutnya yang muncul adalah setiap variabel dasar (slack atau artificial variabel), harus bernilai nol, sehingga **MX3** dan **MX6** di atas harus di-nol-kan terlebih dahulu, sebelum dipindah ke tabel simplex. Cara yang digunakan adalah dengan mengurangi bilangan **M** tersebut dengan bilangan **M** itu sendiri, yang sebelumnya dikalikan dengan setiap nilai batasan yang menyebabkan munculnya bilangan **M** tersebut.

Untuk jelasnya perhatikan cara berikut :

Nilai fungsi tujuan terakhir adalah : 3      5      **M**      0      0      **M**      0

Kita coba hilangkan **M** yang pertama terlebih dahulu.

X1	X2	X3	X4	X5	X6	NK
3	5	<b>M</b>	0	0	<b>M</b>	0
(2	0	1	0	0	0	8) <b>M</b>
-						
3-2 <b>M</b>	5	0	0	0	<b>M</b>	-8 <b>M</b>

Selanjutnya kita hilangkan **M** yang kedua.

3-2 <b>M</b>	5	0	0	0	<b>M</b>	-8 <b>M</b>
(6	5	0	0	-1	1	30) <b>M</b>
-						
3-8 <b>M</b>	5-5 <b>M</b>	0	0	<b>M</b>	0	-38 <b>M</b> , Atau
-8 <b>M</b> +3	-5 <b>M</b> +5	0	0	<b>M</b>	0	-38 <b>M</b>

Meskipun masih ada **M** pada kolom ke-5, namun **M** tersebut sudah tidak lagi sebagai variabel dasar, karena sebelumnya (**X5**) telah bernilai negatif (lihat pembahasan batasan ke-3).

Nilai fs. Tujuan -8**M**+3      -5**M**+5      0      0      **M**      0      -38**M** inilah yang selanjutnya akan dimasukkan ke tabel simplex, sehingga tabel simplex awalnya adalah sebagai berikut :

Tabel Awal simplex, untuk kasus penyimpangan :

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	NK
Z	-8M+3	-5M+5	0	0	M	0	-38M
<b>X3</b>	2	0	1	0	0	0	8
X4	0	3	0	1	0	0	15
<b>X6</b>	6	5	0	0	-1	1	30

Langkah selanjutnya adalah sama seperti penyelesaian pada kasus normal, yakni mencari kolom kunci, mencari baris kunci, dan seterusnya sampai optimal (tidak ada lagi nilai negatif pada baris tujuan, Z, kecuali kolom NK-nya)

Berikut ini adalah ringkasan hasil penyelesaian kasus penyimpangan di atas.

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	NK
Z	-8M+3	-5M+5	0	0	M	0	-38M
<b>X3</b>	2	0	1	0	0	0	8
X4	0	3	0	1	0	0	15
<b>X6</b>	6	5	0	0	-1	1	30
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	NK
Z	0	-5M+5	$\frac{4M-3}{2}$	0	M	0	-6M-12
X1	1	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	4
X4	0	3	0	1	0	0	15
<b>X6</b>	0	5	-3	0	-1	1	6
	X1	X2	X3	X4	X5	X6	NK
Z	0	0	$M+\frac{3}{2}$	0	1	M+1	-18
X1	1	0	$\frac{1}{2}$	0	0	0	4
X4	0	1	$\frac{9}{5}$	1	$\frac{3}{5}$	$-\frac{3}{5}$	$5\frac{7}{5}$
X2	0	1	$-\frac{3}{5}$	0	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{6}{5}$

**Kesimpulannya :**

Agar kerugiannya minimal, maka produksi yang harus dilakukan adalah :

$$\begin{aligned} \text{Produksi sepatu karet (X1)} &= 4 \\ \text{Produksi sepatu kulit (X2)} &= 6/5 \\ \text{Kerugian minimal} &= - 18 \end{aligned}$$

Penyimpangan berikutnya adalah, bagaimana jika semua fungsi, baik tujuan maupun batasannya normal, tapi syarat bahwa  $X1$  dan  $X2 \geq 0$ , tidak terpenuhi, misalnya menjadi ;

$$X1 \geq -10 ?$$

Apabila dijumpai kasus seperti ini maka nilai variabel  $X1$  harus disesuaikan menjadi variabel baru dengan nama  $X'1$  yang nilainya adalah :

$$\begin{aligned} X'1 &= X1 + 10, \text{ sehingga} \\ X1 &= X'1 - 10, \text{ dan selanjutnya semua nilai } X1 \text{ pada fungsi tujuan dan batasan,} \\ &\text{diganti dengan } X'1 - 10, \text{ sehingga menjadi :} \end{aligned}$$

**Fungsi tujuan :**

$$\begin{aligned} \text{Maksimumkan } Z &= 3 (X'1 - 10) + 5X2 \\ &= - 30 + 3X'1 + 5X2 \end{aligned}$$

**Fungsi batasannya :**

$$\begin{aligned} \text{Mesin A} \quad 2 (X'1 - 10) &\leq 8 \\ &- 20 + 2'X1 \leq 8 \\ &2'X1 \leq 28 \end{aligned}$$

$$\text{Mesin B} \quad 3X2 \leq 15$$

$$\begin{aligned} \text{Mesin C} \quad 6 (X'1 - 10) + 5X2 &\leq 30 \\ &- 60 + 6X'1 + 5X2 \leq 30 \\ &6X'1 + 5X2 \leq 90 \end{aligned}$$

Setelah demikian, Langkah penyelesaian berikutnya adalah sama dengan kasus yang normal.