

## PENDAHULUAN

### **Catatan :**

*Bahan kuliah ini diperuntukan bagi Mahasiswa yang sedang mengambil mata kuliah Riset Operasional. (Mohon materi dicek dengan bukunya, untuk menghindari salah pemahaman atau pengertian, terima kasih.*

### **Materi kuliah OR yang akan dipelajari antara lain :**

1. Linier programming, dengan penyelesaian Garfik, Simplex, dan Konsep Dualitas
2. Masalah Transportasi
3. Masalah Penugasan
4. Game Theory
5. Pemrograman Dinamis

### **Buku Bacaan Sementara :**

- Diktat Gunadarma penulis Media Anugrah Ayu
- Riset Operasi penulis a.l. Pangestu Subagyo, T. Hani Handoko

### **Aturan dalam Perkuliahan**

- Berpakaian yang baik, sopan, serta tidak memakai sandal
- Tidak mengaktifkan Handphone selama perkuliahan
- Kehadiran dan usaha yang keras setiap perkuliahan, akan sangat diperhatikan
- Biasakan diri untuk tidak terlambat masuk kelas
- Selalu baca materi kuliah tiap hari dan bertanya thd materi yang tidak dimengerti
- Buat kelompok dengan anggota 3 mhs, untuk mengerjakan tugas-tugas yang nanti akan diberikan

### **Latar Belakang Munculnya OR :**

- Makin kompleksnya masalah perusahaan
- Makin dinamisnya lingkungan perusahaan
- Di sisi lain, perusahaan menghadapi banyak kendala dan keterbatasan sumber daya.

### **Riset Operasi :**

Adalah sekumpulan Teknik / Alat analisis yang dapat digunakan untuk mengelola sumber daya yang terbatas guna mendapatkan hasil yang optimal.

Pengertian optimal diatas mengandung pengertian nilai maximum dan minimum, maksudnya OR dapat digunakan untuk memaksimalkan sesuatu yang diinginkan (seperti hasil produksi, penjualan, keuntungan, dll), dan dapat juga digunakan untuk meminimumkan sesuatu yang tidak diinginkan oleh perusahaan (seperti kecelakaan kerja, kerugian, produk cacat, dll.)

## PENYELESAIAN MASALAH LINIER PROGRAMING DENGAN METODE GRAFIK

(kasus diambil dari buku OR karangan Drs. Pangesty Subagyo, MBA, dkk.)

### Resume :

*Metode grafik ini hanya dapat digunakan dalam pemecahan masalah Linier Programing yang ber-deminsi 2 x n atau m x 2 9 meskipun dapat menggambarkan masalah dengan dimensi 3, namun menjadi tidak praktis dalam mata kuliah ini*

Asumsi dasar dalam Linier Programing ;

1. Proportionality, dimana naik turunnya nilai Z (tujuan) dan penggunaan sumber daya akan berubah secara sebanding dengan perubahan tingkat kegiatannya, contoh :

$$Z = C_1X_1 + X_2C_2 + \dots + C_nX_n$$

Penambahan 1 unit X1 akan menaikkan nilai Z sebesar C1, dan seterusnya

2. Additivity, dimana nilai tujuan tiap kegiatan tidak saling mempengaruhi atau kenaikan dari nilai Z yang diakibatkan oleh kenaikan suatu kegiatan dapat ditambahkan tanpa mempengaruhi bagian nilai Z yang diperoleh dari kegiatan lainnya.
3. Divisibility, dimana output yang dihasilkan oleh setiap kegiatan dapat berupa bilangan pecahan
4. Deterministic, dimana semua parameter yang terdapat dalam linier programing dapat diperkirakan dengan pasti, meskipun jarang tepat.

**Tabel standar Linier Programming**

Kegiatan Sumber Daya	Pemakaian Sumber daya Per unit kegiatan				Kapasitas Sumber Daya
	1	2	3	4	
A	a <sub>11</sub>	a <sub>12</sub>	...	a <sub>1n</sub>	b <sub>1</sub>
B	a <sub>21</sub>	a <sub>22</sub>	...	a <sub>2n</sub>	b <sub>2</sub>
C	a <sub>31</sub>	a <sub>32</sub>	...	a <sub>3n</sub>	b <sub>3</sub>
D	...			....	...
E	a <sub>m1</sub>			a <sub>mn</sub>	b <sub>m</sub>
Kontribusi terhadap Tujuan	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>n</sub>	
Tingkat Kegiatan	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>n</sub>	

### **Langkah umum dari metode grafik ini adalah :**

Langkah 1 :

Melakukan identifikasi masalah dengan jalan menyederhanakan kasus di atas dalam bentuk model tabulasi seeperti berikut ini.

Langkah 2 :

Merubahan model tabulasi menjadi model matematis

Langkah 3 :

Mengambar grafik dari masing-masing fungsi batasan yang ada

Langkah 4 :

Menentukan titik optimal dari daerah yang feasible dan menjadikannya keputusan

### **Contoh Kasus**

Perusahaan sepatu IDEAL berencana memproduksi 2 macam sepatu, yakni sepatu merek X1 dengan sol terbuat dari karet, serta sepatu merek X2 dengan sol terbuat dari kulit. Untuk membuat sepatu-sepatu tersebut perusahaan dihadapkan dengan berbagai kendala/batasan, yang salah satunya adalah : perusahaan hanya dapat menggunakan 3 macam mesin yang hanya berjumlah 1 buah untuk setiap jenisnya. Mesin A khusus membuat sol dari karet, mesin B khusus membuat sol dari kulit, sedangkan mesin C membuat bagian atas sepat dan melakukan assembling bagian atas dengan sol. Jam kerja maksimum dari ketiga mesin tersebut berturut-turut adalah Mesin A = 8 jam, mesin B = 15 jam, dan mesin C = 30 jam.

Setiap lusin sepatu merk X1 mula-mula dikerjakan oleh mesin A selama 2 jam, kemudian tanpa melalui mesin B terus dikerjakan di mesin C selama 6 jam. Sedangkan untuk sepatu dengan merk X2, tidak diproses oleh mesin A, tetapi pertama kali dikerjakan di mesin B selama 3 jam dan kemudian langsung di mesin C selama 5 jam.

Pihak perusahaan mengharapkan bahwa setiap lusin sepatu merk X1 dapat memberikan kontribusi keuntungan sebesar Rp 300.000,- dan Rp 500.000,- untuk setiap lusin sepatu merk X2.

### **Masalahnya adalah :**

Dalam berapa lusinkah sepatu merk X1 dan X2 harus diproduksi oleh perusahaan IDEAL, agar dapat diperoleh hasil yang optimal, dalam hal ini keuntungan yang maksimal ?

Untuk menyelesaikan kasus di atas dengan menggunakan metode grafik, langkah \-langkahnya adalah sebagai berikut :

Langkah 1 : Melakukan identifikasi masalah dengan jalan menyederhanakan kasus di atas dalam bentuk model tabulasi seeperti berikut ini.

Mesin	Merk	X1	X2	Kapasitas maksimum
	A	2	0	8
	B	0	3	15
	C	6	5	30
	Kontribusi terhadap keuntungan / lusin ( dalam Rp 100.000,- )	3	5	

Pertahitakan model tabel di atas :

- Jumlah baris menunjukkan batasan-batasan , yang ditentukan oleh banyaknya sumber yang akan dialokasikan ke setiap jenis kegiatan/produk
- Jumlah kolom ditentukan oleh banyaknya/macam kegiatan produk yang akan dilakukan

Langkah 2 : Merubah model tabulasi menjadi model matematis

Untuk merubah ke dalam model matematis, simbol yang dipergunakan adalah :

X1 = untuk produk sepatu dengan sol karet

X2 = untuk produk sepatu dengan sol kulit

Z = fungsi tujuan, kontribusi keuntungan yang akan diperoleh dari memproduksi sepatu X1 dan X2

Dari kasus di atas, bentuk model persamaan matematisnya adalah :

Fungsi tujuan : Maksimalkan  $Z = 3X1 + 5X2$

Dengan batasan :

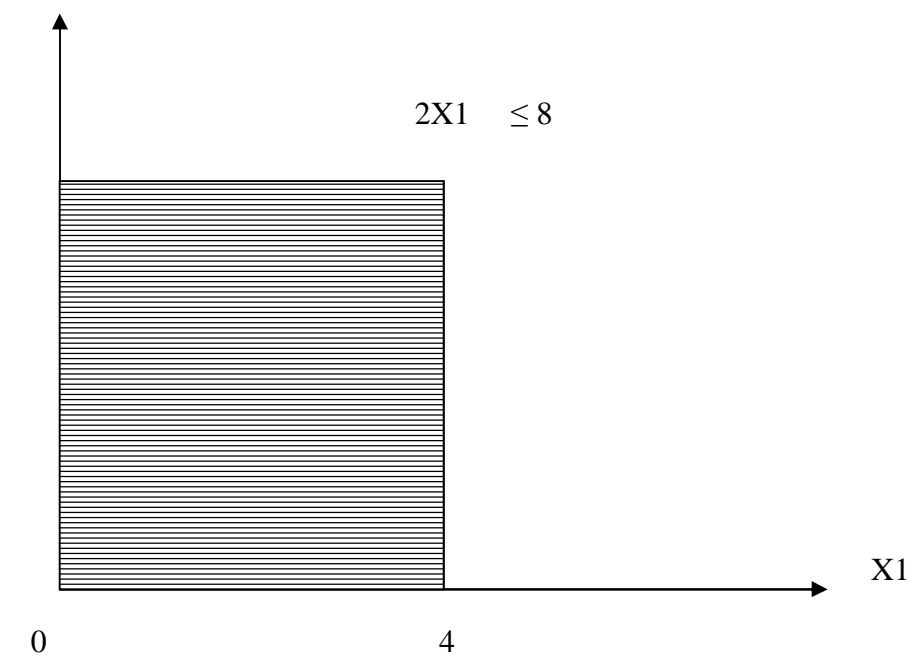
Mesin A  $2X1 \leq 8$

Mesin B  $3X2 \leq 15$

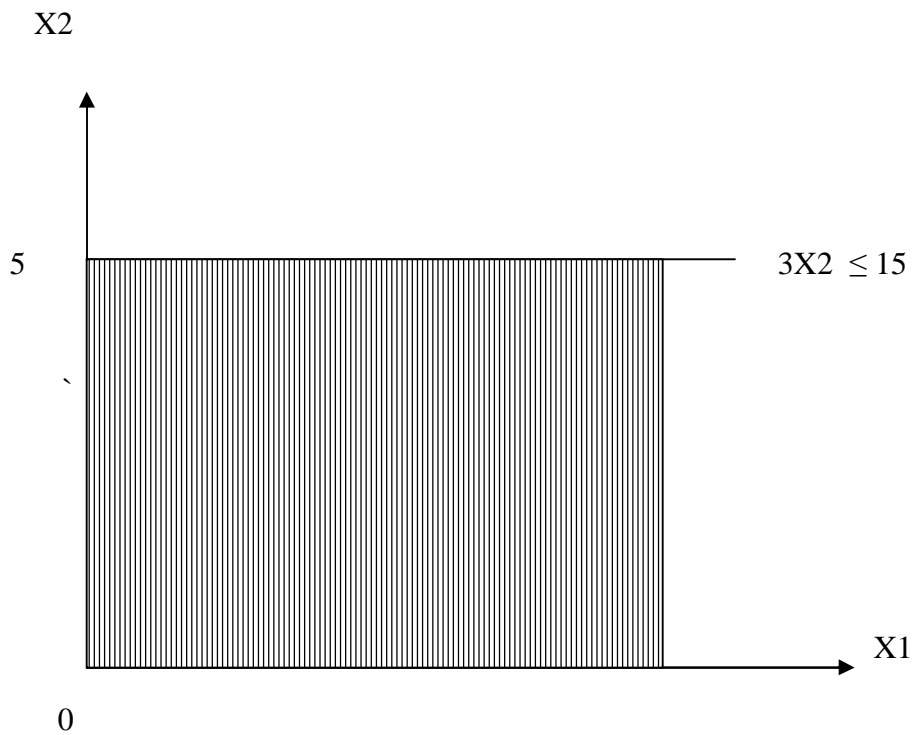
Mesin C  $6X1 + 5X2 \leq 30$  , dimana  $X1$  dan  $X2 \geq 0$

Langkah 3 : Mengambar grafik dari masing-masing fungsi batasan yang ada

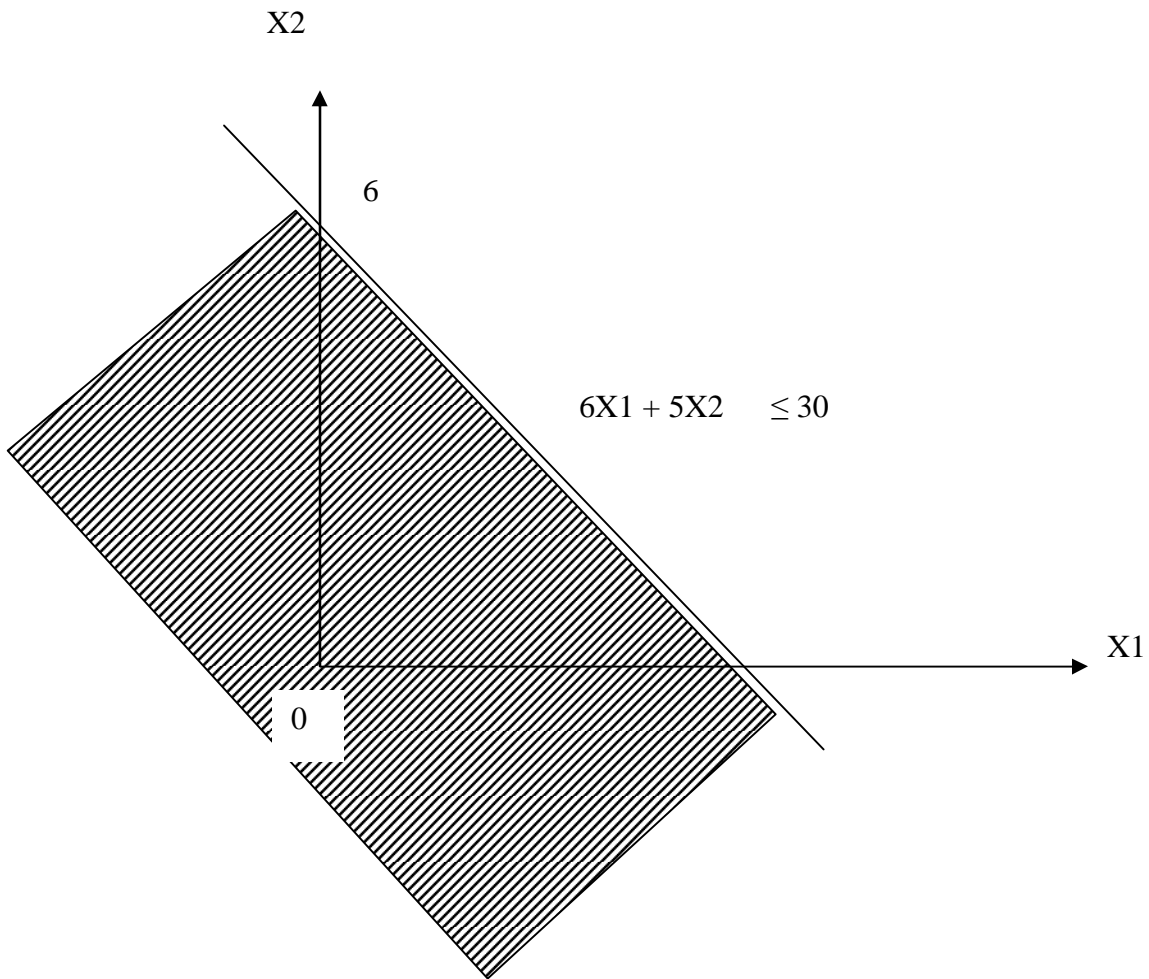
Gambar dari batasan 1 / Mesin A  $2X_1 \leq 8$  adalah



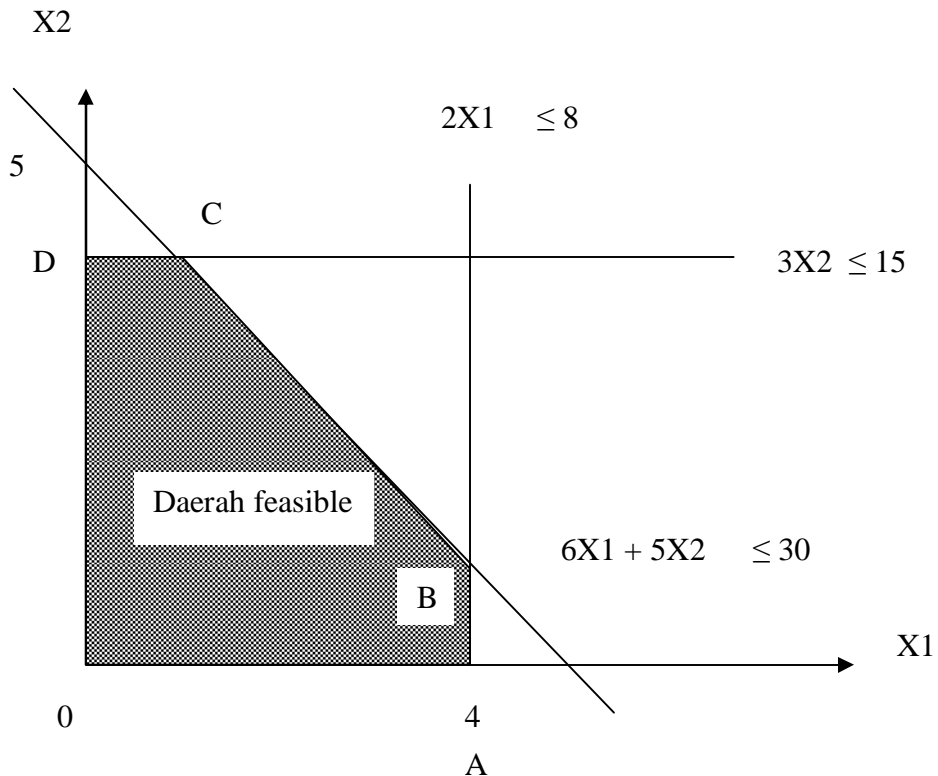
Gambar grafik dari batasan 2 / Mesin B  $3X_2 \leq 15$



Gambar dari batasan 3 / Mesin C  $6X_1 + 5X_2 \leq 30$



Selanjutnya untuk apabila grafik dari ketiga batasan tersebut disatukan, maka daerah yang feasibel dapat diperoleh, seperti gambar berikut ini :



Langkah 4 : Mencari suatu titik ( yang merupakan kombinasi  $X_1$  dan  $X_2$  ) di daerah feasible, yang dapat memaksimalkan keuntungan / nilai dari fungsi tujuannya (  $Z$  ).

Untuk mendapatkan titik tersebut, dapat dilakukan 2 macam cara yakni :

### 1. Dengan membandingkan nilai $Z$ dari tiap-tiap alternatif

Pada prinsipnya setiap titik dalam daerah feasible akan memberikan keuntungan bagi perusahaan ( kecuali satu titik, yakni titik 0 ). Namun demikian dari semua titik tersebut, nilai  $Z$  akan semakin tinggi apabila makin jauh dari titik origin ( 0 ). Oleh karena itu sebaiknya hanya membandingkan titik-titik yang ada di sudut-sudut daerah feasible tersebut.

Pada titik O ( 0,0 )

$$\text{Nilai } Z = 3(0) + 5(0) = 0$$

Pada titik A ( 4, 0 ) atau  $X_1 = 4$  dan  $X_2 = 0$

$$\text{Nilai } Z = 3(4) + 5(0) = 12$$

Pada titik B ( 4, ..... ) atau  $X_1 = 4$  dan  $X_2$  belum diketahui ...

Karena titik B merupakan perpotongan antara fungsi batasan 1 dan batasan 3, maka untuk mendapatkan nilai  $X_2$ , nilai  $X_1 = 4$  tersebut dapat dimasukkan ke fungsi batasan 3, yakni :

$$6(4) + 5X_2 = 30$$

$$5X_2 = 30 - 24$$

$$X_2 = 6/5, \text{ sehingga koordinat titik B adalah } (4, 6/5)$$

$$\text{Nilai } Z = 3(4) + 5(6/5) = 18$$

Pada titik C ( ..... , 5 ) atau  $X_1$  = belum diketahui dan  $X_2 = 5$

Karena titik B merupakan perpotongan antara fungsi batasan 2 dan batasan 3, maka untuk mendapatkan nilai  $X_1$ , nilai  $X_2 = 5$  tersebut dapat dimasukkan ke fungsi batasan 3, yakni

$$6X_1 + 5(5) = 30$$

$$6X_1 = 30 - 25$$

$$X_1 = 5/6, \text{ sehingga koordinat titik C adalah } (5/6, 5)$$

$$\text{Nilai } Z = 3(5/6) + 5(5) = 27,5$$

Pada titik D ( 0, 5 ) atau  $X_1 = 0$  dan  $X_2 = 5$

$$\text{Nilai } Z = 3(0) + 5(5) = 25$$

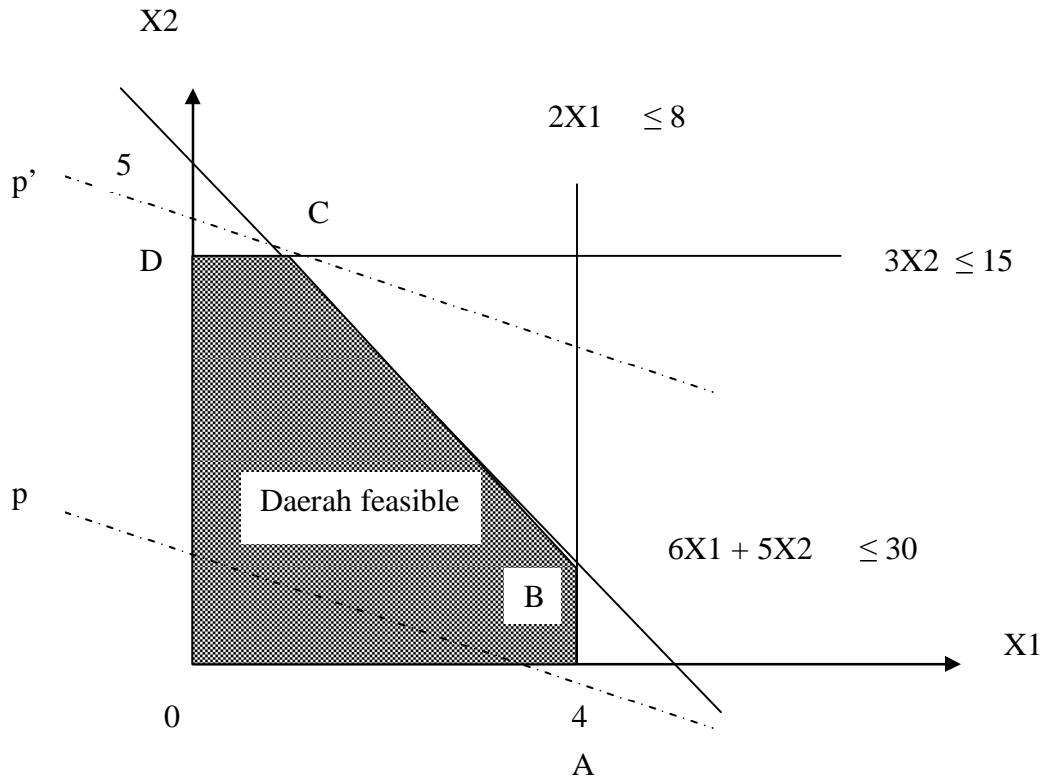
### **Kesimpulan :**

Dari kelima titik 9 A, B, C, D, dan O ) yang dibandingkan ternyata titik C-lah yang memberikan hasil paling besar yakni 27,5. Oleh karena itu perusahaan akan mendapatkan keuntungan yang maksimal sebesar Rp 2.750.000,- apabila mampu memproduksi sepatu dengan sol karet (  $X_1$  ) sebanyak 5/6 lusin dan sepatu dengan sol kulit sebanyak 5 lusin.

## **2. Dengan menggambar dan menggeser fungsi tujuan ( Z )**

Misalkan dengan mencoba menggambar fungsi tujuan dengan nilai  $Z = 10 = 3X_1 + 5X_2$  seperti terlihat pada garis p pada gambar berikut ini :





Ternyata dengan nilai  $Z = 10 = 3X_1 + 5X_2$ , masih ada lebih dari satu titik yang feasible, sehingga garis tersebut perlu digeser ke atas lagi sampai hanya menyinggung satu titik saja. Dan apabila itu dilakukan ternyata titik yang tersinggung oleh garis  $p'$  tersebut adalah titik C, dengan Nilai  $Z = 27,5 = 3X_1 + 5X_2$ . Dengan demikian titik inilah yang paling optimal.

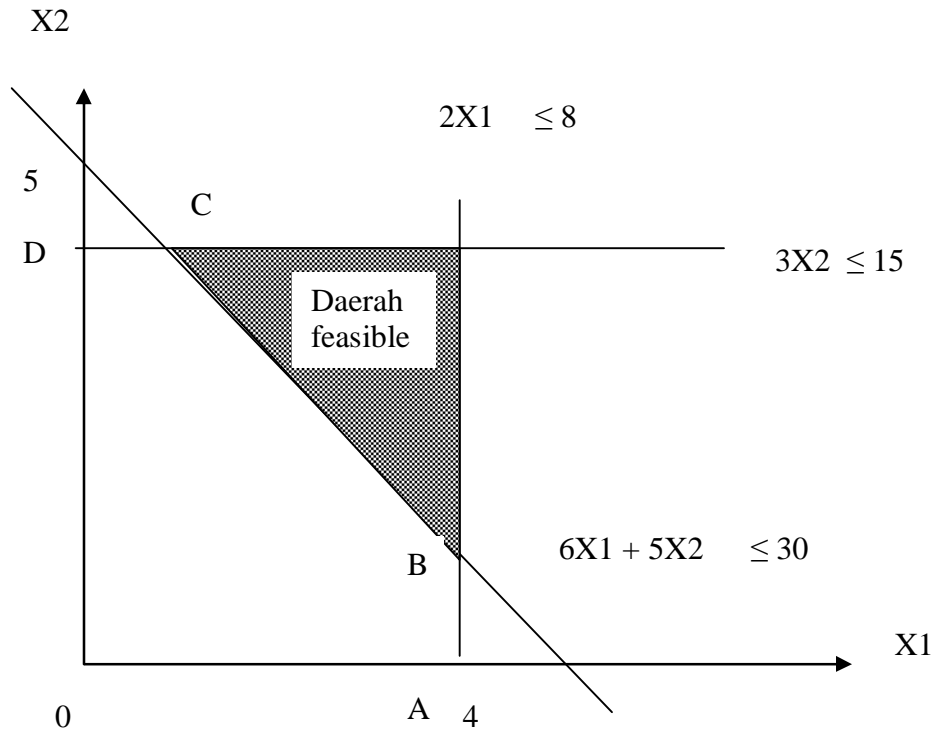
## Beberapa hal lain dalam Metode grafik

### A. Masalah Minimisasi

Yang dimaksud minimisasi di sini adalah fungsi tujuan menggambarkan keinginan perusahaan untuk meminimalkan sesuatu ( misalnya biaya, kecelakaan kerja, pemborosan, dll ). Apabila kasus ini terjadi, maka dari contoh kasus yang sama, pilihan jatuh pada titik yang memberikan hasil yang terendah. Dan bila menggunakan cara pergeseran garis  $Z$  atau  $p$ , maka penggeseran dilakukan ke kiri.

B. Fungsi batasan bertanda **lebih besar sama dengan** ( $\geq$ )

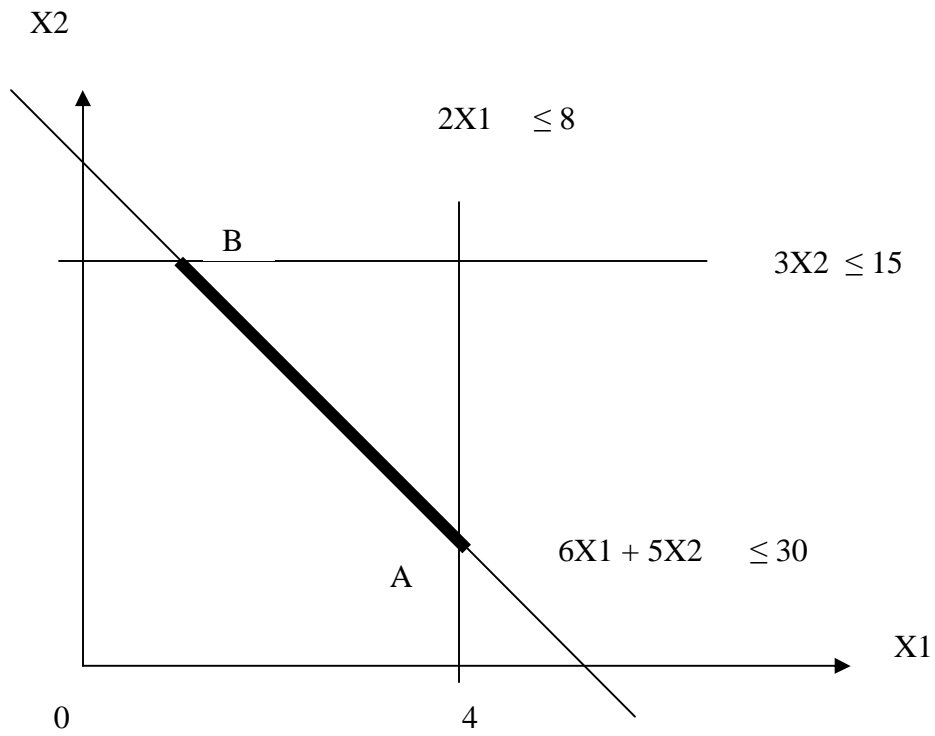
Apabila hal ini terjadi, maka gambar 2.4 akan menjadi :



Dan untuk mendapatkan hasil yang optimal, titik yang dibandingkan cukup titik A, B, dan C saja.

C. Fungsi batasan bertanda **sama dengan** ( $=$ )

Apabila hal ini terjadi, maka gambar 2.4 akan menjadi :



Dengan demikian daerah feasilnya akan berada di sepanjang garis antara titik A dan B.